

**UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID**

**Escuela Politécnica Superior Departamento de Estadística**



---

# GRÁFICO DE CONTROL PARA UNA NORMAL ASIMÉTRICA

Proyecto Fin de Grado  
Grado en Ingeniería Industrial

Autor: Alejandro Ayuso Merino  
Director: Ignacio Cascos Fernández

Leganés, 22 de junio 2016

## Tabla de contenidos:

1. INTRODUCCIÓN.....	Pág 5
1.1 Marco histórico.....	Pág 6
1.2 Marco estadístico.....	Pág 7
1.2.1 Medidas de distribución: Asimetría y Curtosis.....	Pág 7
1.2.2 Gráfico de control.....	Pág 9
2. MARCO DE TRABAJO.....	Pág 12
2.1 El control de calidad.....	Pág 12
2.2 Modelo normal asimétrico.....	Pág 14
2.3 Entorno de programación R.....	Pág 16
2.3.1 Paquetes Qcc y Sn.....	Pág 16
2.4 Gráficos de Control Shewhart.....	Pág 16
3. GRÁFICOS DE CONTROL PARA UNA NORMAL ASIMÉTRICA.....	Pág 19
4. EXPERIMENTO.....	Pág 27
4.1 Comparativa del método de <i>Shewhart</i> para una distribución normal sin asimetría.....	Pág 27
4.1.1 Comparativa con una Distribución $N(0,1)$ con cambios en la medida $N(t,1)$ .....	Pág 27
4.1.2 Comparativa con una $SN(t,1,3)$ con cambios en el parámetro de localización $t$ .....	Pág 28
5. CONCLUSIÓN.....	Pág 29
6. APÉNDICE.....	Pág 31
7. REFERENCIAS.....	Pág 47

## RESUMEN

En este proyecto se plantea el modelo normal asimétrico a partir del documento de *Tzong Ru Tsai- Skew Normal Distribution and the Design of Control Charts for Averages*.

Así, en el trabajo se realizan Gráficos de Control para observaciones individuales y para medias de muestras de tamaño 5 , tanto para el Método de Shewhart como para el Método de la Normal Asimétrica utilizado.

Para finalizar se compara su comportamiento mediante tablas, cambiando su media para analizar como evoluciona cada uno de éstos procesos.

Todo ello se realiza en el entorno de programación R.

## 1. INTRODUCCIÓN:

El presente proyecto se centra en el estudio de los gráficos de control de una distribución normal asimétrica, mostrándose una comparación de su comportamiento con el método de *Shewhart*, primer método de control estadístico.

El proyecto se estructura en una primera parte introductoria integrada por un marco histórico, un marco estadístico y una explicación teórica de los conceptos esenciales del estudio, necesarios para una adecuada comprensión del mismo.

En la segunda parte se expone el marco de trabajo, en el cual se especifican las herramientas de control de calidad, así como se introduce y desarrolla el Modelo normal asimétrico y el Entorno de programación R.

En la tercera parte se incluye el experimento, el cual consiste en realizar gráficos de control comparando por medio de tablas el método de *Shewhart* para una Distribución normal sin asimetría con dos casos:

- Distribución  $N(0,1)$  con cambios en la media ( $N(t,1)$ ).
- $Sn(0,1,3)$  con cambios en la media.

## 1.1 Marco histórico:

Si nos referimos al control de calidad y los gráficos de control, tenemos que nombrar al por muchos considerado padre del control estadístico: Walter Shewhart.

- Trabajo sobre la Calidad Industrial:

El Doctor Shewhart trabajó empezó trabajando en la Western Electric Company Inspection Engineering Department, y a partir de 1924 revolucionó el mundo de la calidad industrial. Lo que anteriormente se limitaba a la observación de productos acabados y a separar los defectuosos acabó cuando, en palabras de su jefe, George D Edwards, Shewhart limitó el memorándum de un proceso a menos de un tercio de su extensión habitual. Fue el primer diagrama de control esquemático, tal y como lo conocemos hoy en día.

Este hecho contenía principios esenciales de control de procesos y potenciaba la idea de la reducción de la variación y así comprender que la permanente fase de ajuste en reacción a no-conformidades aumentaba la variación y de este modo se veía afectada la calidad.

Así Walter Shewhart introdujo las gráficas de control como medio para diferenciar entre variación por causas aleatorias y causas asignables. Des este modo, y tal y como veremos en este trabajo, él insistía en que había que mantener el proceso en estado de control con causas aleatorias como única posible variación, de esta manera poder “prever” lo que va a pasar, tener controlado el proceso y administrar económicamente nuestra producción.

Más tarde, comprendió que un proceso físico no producía una distribución normal o gaussiana y que sólo los datos en la naturaleza se comportaban de ese modo. Al observar este hecho, concluyó en que la variación en los datos de manufactura algunos procesos muestran variación controlada mientras que en otros su variación está fuera de control, no se repite.

En 1939 publica su libro “Método Estadístico desde el punto de vista del control de calidad”. Esta obra, considerada la más convencional, le hizo proponer unas normas de presentación de datos. La primera de ellas, que fuera de su contexto, la

información no tiene significado y la segunda, que ésta información tiene señal y ruido, y deben separarse para poder extraer la información.

Su obra llamó la atención de W. Edward Deming y de Raymond T. Birge. Al leer las ideas de Shewhart, comenzaron una colaboración entre Deming y Shewhart relacionados con la productividad en un principio y que Deming concluyó con el ciclo de Shewhart, desarrollando algunas propuestas metodológicas del primero.

A parte de Shewhart y Deming, otros nombres han destacado en el campo del control estadístico, como Joseph Moses Moran; que amplió el principio de Pareto, Kaoru Ishikawa; al cual se le considera el padre del análisis científico de las causas de problemas en procesos industriales, dando nombre al diagrama Ishikawa o Tahiichi Ohno; el vicepresidente de Toyota Motors desarrolló el sistema de gestión de la producción de Just in Time, encauzado a optimizar los resultados de la organización de procesos prescindiendo de las actividades sin valor.

### **1.2 Marco estadístico:**

#### **1.2.1 Medidas de distribución: Asimetría y Curtosis.**

Las medidas de Distribución facilitan distinguir y nombrar la manera en que se agrupan o se separan unos valores con respecto a su representación gráfica. Así, detallan cuál es la tendencia de los datos a agruparse junto con la frecuencia que éstos estén dentro de la información. Su finalidad es la de, sin generar ningún gráfico, poder identificar las características y discriminar la distribución.

- **Curtosis:**

Es una medida de forma que establece el agrupamiento de los datos y su concentración alrededor de la media y en la parte céntrica de la distribución. La Curtosis relaciona al apuntamiento de la distribución en comparación con la Estándar, ésta presenta una distribución de tipo Mesocúrtica. En distinto caso, será Leptocúrtica

si la distribución es más apuntada que la estándar. Por otro lado, si esta distribución presenta una forma más achatada, la consideraríamos Platicúrtica.

Por último hay que tener en cuenta que la Variabilidad no tiene dependencia de la Curtosis ya que aunque una distribución Leptocúrtica sea más apuntada no significa que tenga menos variación, al igual que la distribución Platicúrtica no es más variable por ser mas achatada.

- Asimetría:

La Asimetría permite distinguir la concentración de los datos en una zona del recorrido de la variable, así, podemos identificar si se aglutinan de forma uniforme alrededor del punto central (Media aritmética). La Asimetría entonces permite, valga la redundancia, saber el grado de simetría de una distribución de probabilidad de una variable aleatoria.

Según su forma y donde se agrupen estos datos, podemos distinguir tres formas de asimetría:

- Asimetría positiva. La parte más dispersa de la función se halla en la zona cuyos valores son altos y con escasa frecuencia.
- Simétrica. Si la dispersión es igual o muy similar a ambos lados, a una distribución de frecuencias simétrica.
- Asimetría negativa. La cola más dispersa se extiende, al contrario que la asimetría positiva, en el lado de los valores más bajos.



1. Gráfico de formas de Asimetría

### 1.2.2 Gráfico de Control

#### A. Concepto:

Un importante instrumento para el control estadístico de procesos son los gráficos de control. A través de los gráficos de control podremos determinar si a un proceso no le afecta ninguna causa asignable.

El gráfico de control es un procedimiento gráfico para la valoración de procesos que nos permite conocer si el proceso está o no en un estado de control estadístico, es decir, cuando sólo actúan causas comunes, inherentes a cualquier proceso.

Por lo tanto, los gráficos de control se usan para garantizar la calidad de un proceso mediante la detección de anomalías y así mantener éste bajo control. Con este método se consigue poco a poco ir limando errores y una vez alcanzado el estado de calidad mayor, habremos alcanzado el éxito.

Las ventajas que presentan son:

- Son sencillos de analizar, al estar graficados.
- Es fiable al estar basado en razonamientos estadísticos

Sus objetivos son los siguientes:

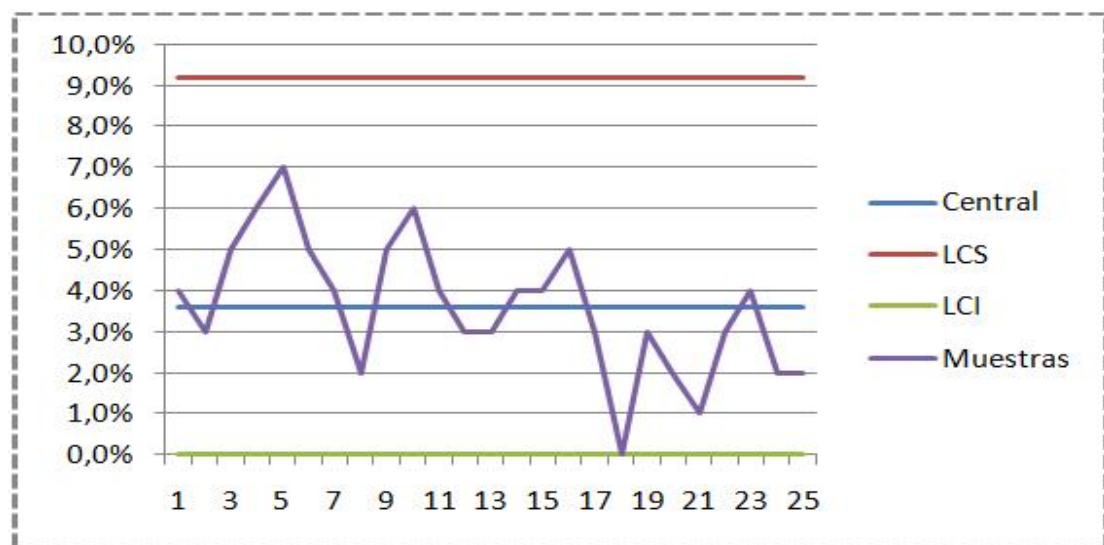
- Mantener el proceso en estado de control, detectando nuevas anomalías.
- Evaluar los parámetros del proceso.
- Detectar las causas asignables que influyen directamente sobre su medida, y así identificar la variabilidad.
- Medir los efectos de las causas asignables y aprender a corregirlas y evitarlas.
- Es una forma de mejorar el proceso, disminuyendo la variabilidad y aumentando la capacidad.



## B. Descripción:

El gráfico de control es una representación del proceso en sí, acotando sus posibles valores gráficamente con unos límites calculados a partir de la teoría.

Los gráficos de control pueden representarse en función del número de muestras o del tiempo, dependiendo de nuestros intereses, y acotados por los límites superior e inferior. Así, como se muestra en el ejemplo 1, donde es un gráfico en función de las muestras, tendremos un LCI (Límite de control inferior), un LCS (Límite de control superior) y una línea central que se refiere al promedio.



2. Ejemplo Gráfico con límites de control

Analizándolo podemos llegar a dos conclusiones:

- El proceso estaría fuera de control si hay una muestra fuera de los límites.
- En principio si los puntos están dentro de estos límites el proceso estará controlado pero hay que tener especial cuidado con aquellos procesos que no siguen un comportamiento aleatorio aun estando dentro de los límites, y tendrá que interpretarse con el fin de solucionar un problema mayor.

### C. Beneficios:

- Sirven para establecer la capacidad, poder probar si los cambios realizados están surgiendo efecto y si es en función del tiempo, ver cómo varía.
- Rápida comprensión de su variación.
- Distingue causas aleatorias y específicas de variación de los procesos.
- Ayudan a conseguir el control estadístico, así, cuando un proceso está bajo control, su rendimiento es predecible y el proceso puede ser mejorado reduciendo la variabilidad natural, dando mayor calidad, menor coste y mayor eficacia.
- Proporcionan un lenguaje común para dar información sobre la capacidad del proceso.

### D. Condiciones:

La estabilidad del proceso que vayamos a analizar es una condición necesaria para que podamos usar los gráficos de control. No se le puede aplicar a cualquier proceso, ya que tiene que estar estudiado minuciosamente mediante herramientas estadísticas y así poder hablar de capacidad o de disminuir su variabilidad.

Debemos discernir entre dos casos, ya habiendo pasado el filtro de la estabilidad del proceso:

- a) Los parámetros del proceso son constantes a lo largo del tiempo. En esta situación se aplican los gráficos de control para detectar anomalías, estaríamos hablando de un caso normal donde la media es constante al igual que la desviación típica.
- b) Los parámetros varían con el tiempo. La media cambia con el tiempo.

Entonces tal y como hemos visto, debemos conocer y estudiar los fundamentos tecnológicos del proceso, así guiarnos para poder intuir la distribución de nuestros datos y nunca dar la normalidad de un proceso por supuesta.

## **2. MARCO DE TRABAJO:**

### **2.1 El Control de calidad:**

#### **A. Concepto:**

La Calidad es un concepto que ha ido cambiando y desarrollándose durante la historia, pero lo podemos definir como el cumplimiento de las características y reglas de un producto o proceso y su relación directa con su capacidad para satisfacer las necesidades atribuidas a éste.

Partiendo de esta base, hoy en día el término calidad está en cualquier empresa, y es prácticamente indiscutible en cualquier ámbito, llegando a crear ventajas competitivas entre empresas del mismo sector.

#### **B. Variabilidad:**

La variabilidad es una medida por la cual obtienes la dispersión de una serie de datos con respecto a la media. Cuanto mayor sea el valor de variabilidad, mayor dispersión y por lo tanto más alejamiento de los datos a la media. Este concepto estadístico se puede obtener a partir de una serie de formas:

- **Rango:** Se trata del intervalo entre el valor máximo del conjunto de datos y el valor mínimo. Cuanto mayor es el rango, mayor es la variabilidad.

- Rango Medio: es la media del mayor y menor valor de un conjunto de valores, o la tercera parte del camino entre el dato de menor valor y el dato de mayor valor.
- Varianza: Identifica a la media de las desviaciones cuadráticas de una variable.
- Desviación típica: Raíz cuadrada de la Varianza

### E. Herramientas para el Control de Calidad:

Para realizar un mejor análisis de las características de calidad de un producto o servicio, resulta útil emplear las denominadas técnicas gráficas de calidad. Una de estas técnicas son las siete herramientas básicas de calidad, utilizadas para la solución de problemas atinentes a la calidad, mencionadas por primera vez por Kaoru Ishikawa.

Las siete herramientas de la calidad son:

1. Diagramas de Causa – Efecto: Al observar un fallo o una inconsistencia, es preciso a fin de que el problema no se vuelva a repetir, saber cuál es su causa, para ello se utiliza este diagrama que recomienda seguir estos pasos:
  - A. Elegir la característica a analizar
  - B. Indicar causas más importantes que pueden generar el error.
  - C. A cada cause le anexamos pequeños factores más detallados.
  - D. Comprobar que todos los factores están en el diagrama.
2. Planillas de inspección: Se utilizan para recabar datos e información. Dependiendo del diseño de las planillas pueden extender su uso a observar tendencias del proceso o dispersiones.
3. Gráficos de control: Registra valores de la característica analizada, como hemos visto anteriormente, el gráfico de control cuenta con una línea

central(promedio) y un límite superior y otro inferior, detectando anomalías cuando las muestras fluctúan fuera de esos límites.

4. Diagramas de flujo: Simplifica el análisis al mediante un diagrama de cajas o etapas estandarizados que determinan la estructura y pasos del proceso.
5. Histogramas: Proyecta la frecuencia de los resultados dados sucesivamente en el tiempo, lo que puede ser sinónimo de detención de anomalías en un primer vistazo.
6. Gráficos de Pareto: Variación del histograma que a diferencia de este, ordena los resultados de manera descendente (de mayor a menor) según su frecuencia. Se utiliza para establecer prioridades.
7. Diagramas de dispersión: Sirven para relacionar dos variables, su correlación mediante un gráfico (X, Y).

## 2.2 Modelo normal asimétrico:

Teniendo una variable  $Z$ , podemos decir que tiene una distribución normal asimétrica, cuya función de densidad es:

$$f_X(x; \xi, \sigma, \lambda) = \frac{2}{\sigma} \phi\left(\frac{x - \xi}{\sigma}\right) \Phi\left(\lambda \frac{x - \xi}{\sigma}\right)$$

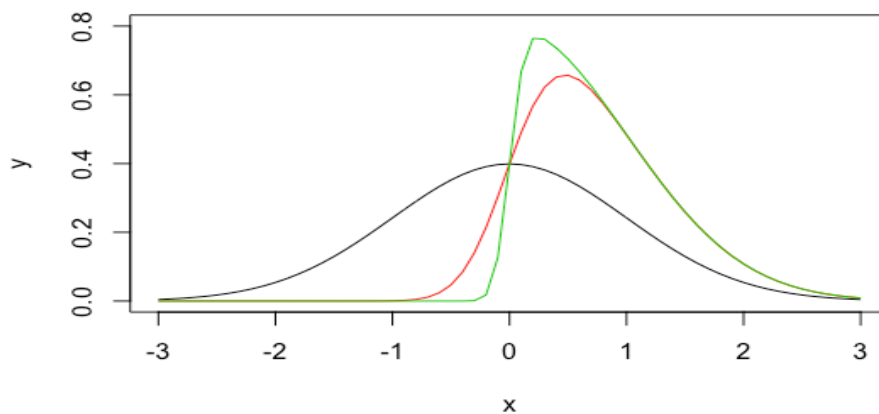
Donde  $\phi$  es la función de probabilidad y  $\Phi$  la función de de densidad. Los parámetros  $\xi$ ,  $\sigma$  y el parámetro  $\lambda$  representan la localización, la escala, y la asimetría de la función, respectivamente. Esta distribución sería normal cuando lambda fuera sea igual a cero.

Este parámetro lambda controla la forma de la distribución, de tal forma que si es cero, como ya hemos dicho, será simétrica, si  $\lambda > 0$  tendrá asimetría positiva, y si por el contrario  $\lambda < 0$ , tendrá asimetría negativa.

## Gráfico de control para una normal asimétrica

Para poder definirla y obtener sus gráficos de control, tomaremos de referencia la varianza, la media, la asimetría, que varía de -0,9953 a 0,9953, y la curtosis, que varía de 3 a 3,8.

También hará falta la tabla de cuantiles, con la cuantificación de confianza que le queramos otorgar.



3. Ejemplo de Distribución normal asimétrica con cambio en el parámetro de simetría

Table 1. The quantiles of  $SN(\lambda)$ .

$\alpha_3$	$\lambda$	$z_{0.00135, \lambda}$	$z_{0.99865, \lambda}$	$z_{0.5, \lambda}$
0.00	0.00	-3.000	3.000	0.000
0.05	0.66	-2.204	3.202	0.432
0.10	0.87	-1.939	3.205	0.509
0.15	1.04	-1.747	3.205	0.554
0.20	1.20	-1.587	3.205	0.586
0.25	1.35	-1.454	3.205	0.608
0.30	1.50	-1.337	3.205	0.624
0.35	1.65	-1.234	3.205	0.637
0.40	1.81	-1.137	3.205	0.647
0.45	1.99	-1.042	3.205	0.655
0.50	2.17	-0.960	3.205	0.661
0.55	2.38	-0.876	3.205	0.665
0.60	2.62	-0.795	3.205	0.669
0.65	2.89	-0.718	3.205	0.671
0.70	3.23	-0.638	3.205	0.673
0.75	3.64	-0.560	3.205	0.674
0.80	4.19	-0.479	3.205	0.674
0.85	4.98	-0.394	3.205	0.674
0.90	6.30	-0.300	3.205	0.674
0.95	9.34	-0.187	3.205	0.674
0.97	12.61	-0.129	3.205	0.674
0.99	27.85	-0.046	3.205	0.674

4. Tabla de Cuantiles (*Paper* principal del proyecto)

## 2.3 Entorno de programación R:

Fue desarrollado por Robert Gentleman y Ross Ihaka, en la Universidad de Auckland en 1993.

El Entorno de programación R es un entorno y lenguaje de programación y su finalidad es el análisis estadístico y gráfico, proveniente del S pero con soporte de alcance estadístico. Al ser un lenguaje de programación, los usuarios pueden agregar sus funciones.

### 2.3.1 Paquetes Qcc y Sn:

Los usuarios de R pueden apoyarse en paquetes para facilitar su trabajo. En este proyecto he utilizado dos paquetes:

- Sn: Principal paquete del proyecto en el que me apoyo para obtener los gráficos de control y las tablas de comparación. Su función es Construir y manipular distribuciones de probabilidad de una normal asimétrica.
- Qcc: Paquete que sirve para plotear graficos de control de Shewhart, con asimetría cero. También para realizar diagramas de Pareto y diagramas causa-efecto.

## 2.4 Gráficos de Shewhart:

Para determinar el gráfico de control de Shewhart, tenemos que saber que es el más fácil de determinar ya que sirven cuando no hay asimetría. Como la distribución es normal sin asimetría, los límites de control deberán ser simétricos a la línea central, no así para el caso de la normal asimétrica que veremos más adelante. No obstante, en la estimación de los límites y de los parámetros  $\mu$  y  $\sigma$  puede haber un pequeño grado de asimetría que el procedimiento capturaré.

La definición para hallar los límites de control de Shewhart es la siguiente:

$$LCS = \mu + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$LC = \mu$$

$$LCI = \mu - 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Cuando  $\mu$  y  $\sigma$  no se conocen, pueden ser estimadas, con  $\mu$  a partir de la media de las medias y  $\sigma$  a partir del recorrido medio de las muestras iniciales deseadas.  $N$  es el tamaño de las muestras y el parámetro  $d_2$  se obtiene de la tabla:

$$LCS = \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \bar{R}$$

$$LCI = \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \bar{R}$$

Donde  $\hat{\sigma}$  (Lamda estimada) será:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

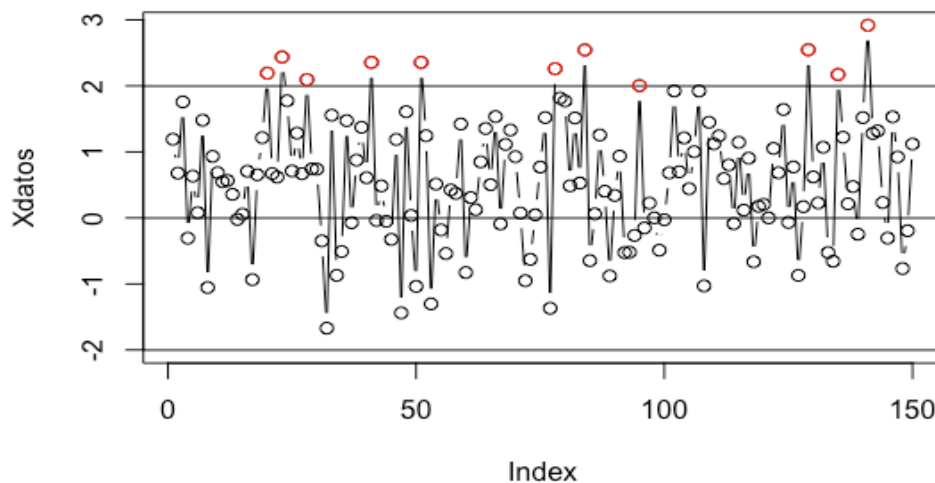
El valor del “parámetro 3” de los límites ( $3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \bar{R}$ ) está establecido para que si los datos siguen una distribución normal y no se produce ninguna anomalía, entonces con probabilidad 0.9973 una muestra dada está entre los límites de control y con probabilidad de 0.0027 de estar fuera de los límites de control (falsa alarma). Cambiando este valor por otro, esas probabilidades varían.

Así obtendremos los límites de control de Shewhart, que en nuestro caso serán probados para observaciones individuales primero, y después para medias de muestras.



Los gráficos de control son obtenidos a partir del R:

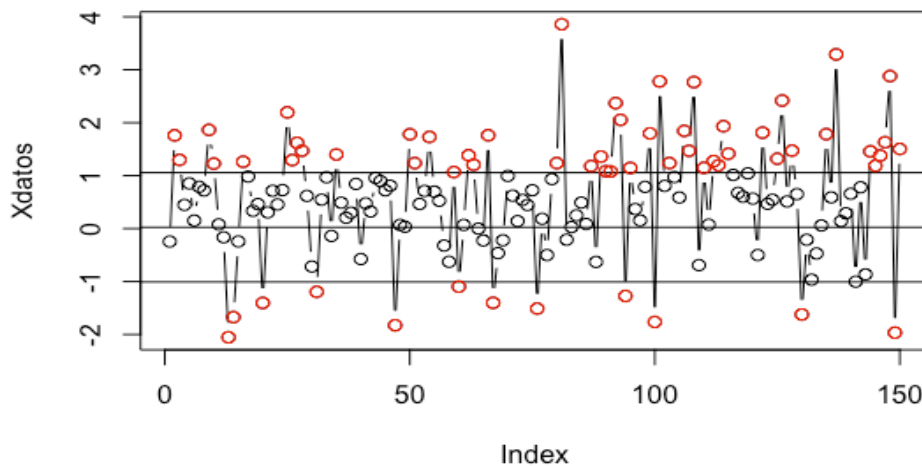
1. Gráfico para observaciones Individuales: Con los límites establecidos, hacemos el gráfico de control para X observaciones individuales.



5. Gráfico para observaciones individuales. R( avsh.chart , size=1)

Con el R y siguiendo las fórmulas especificadas, llegamos al gráfico para observaciones individuales. Se trata de 150 observaciones aleatorias medidas en torno a los límites de control de Shewhart. En rojo aparecen las muestras que están fuera de los límites de control. Como podemos comprobar, aquí los límites son simétricos.

2. Gráfico para medias de observaciones: Esta vez lo que hacemos es para medias de muestras de tamaño 5. Son  $X$  muestras de medias de 5 observaciones individuales. A continuación se muestra el gráfico de control:



6. Ejemplo de Gráfico para medias de observaciones. R(avsh.chart, size=5)

En este caso, se trata de 150 medias de muestras de tamaño 5. Los puntos en rojo simbolizan anomalías. En este Gráfico de Control podemos observar que los límites ya no son del todo simétricos tal y como he explicado anteriormente.

### 3. GRÁFICOS DE CONTROL PARA UNA NORMAL ASIMÉTRICA:

Para realizar los gráficos para una normal asimétrica tenemos que distinguir dos casos, si lo hacemos con observaciones individuales, o si lo hacemos con medias de observaciones con  $X$  muestras. Antes de comenzar hay que tener en cuenta que la estimación de parámetros para la Skew Normal o Normal Asimétrica es más compleja que la estimación de parámetros para la Normal que se estima en Shewhart, ya que hay que hallar un parámetro más. Además, al hallar los límites, me he encontrado con la complicación extra de que el modelo propuesto no acepta distribuciones con mucha asimetría, por lo que he tenido que acotar su valor máximo con el fin de que éstos límites estuvieran bien definidos para cualquier caso aleatorio.

En estos dos Gráficos se puede observar que los límites de control no son simétricos. Este hecho se explica porque al ser una distribución asimétrica, los límites se desplazan hacia la cola más larga, quedando así uno de ellos más cerca que el otro del límite central.

- Observaciones Individuales: Partiendo de la función de densidad descrita anteriormente, y de la tabla de cuantiles, podremos estimar los valores de la desviación típica, la media y la asimetría, ya que no conoces los parámetros  $\mu_x$ ,  $\sigma_x$  y  $\alpha_3$ . Estos tres parámetros se estiman con las siguientes ecuaciones:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

$$\hat{\alpha}_3 = \frac{m_3}{S_x^3}$$

Donde el resto de parámetros estimables  $m_3$ ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\rho$ ,  $\lambda$  tendrán las siguientes estimaciones :

$$m_3 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^3$$

$$\hat{\gamma}_2 = \frac{a_1}{S_x} \left( \frac{m_3}{b_1} \right)^{1/3}$$

$$\hat{\gamma}_1 = \sqrt{1 + \hat{\gamma}_2^2}$$

Dependiendo del valor de  $\widehat{\alpha}_3$ , la estimación de  $\rho$  tendrá un valor: Si es mayor que cero, rho estimada será:

$$\hat{\rho} = \frac{1}{a_1} \sqrt{1 - \frac{1}{\hat{\gamma}_1^2}}$$

Si fuese menor que cero:

$$\hat{\rho} = -\frac{1}{a_1} \sqrt{1 - \frac{1}{\hat{\gamma}_1^2}}$$

Con el valor correspondiente de lambda estimada, dependiente de rho:

$$\hat{\lambda} = \frac{\hat{\rho}}{\sqrt{1 - \hat{\rho}^2}}$$

Así hayamos los límites de control:

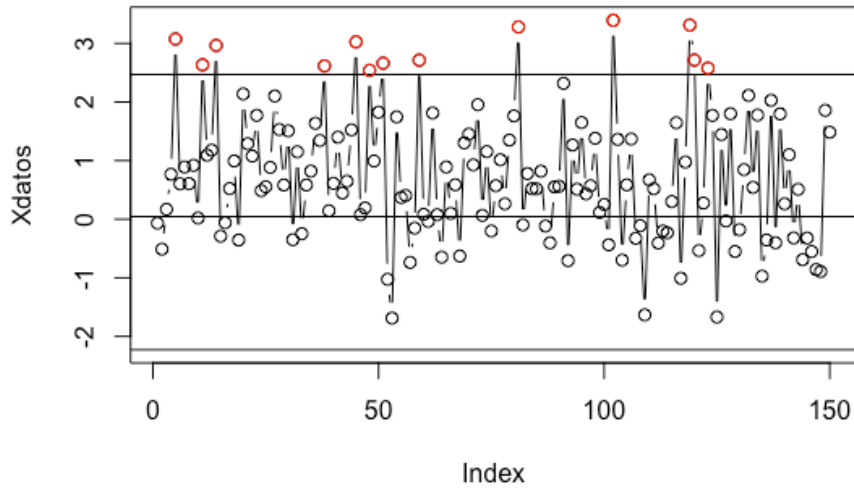
$$\widehat{UCL} = \bar{X} + S_x(\hat{\lambda}_1 z_{1-\frac{\alpha}{2}, \hat{\lambda}} - \hat{\gamma}_2)$$

$$\widehat{CL} = \bar{X}$$

$$\widehat{LCL} = \bar{X} + S_x(\hat{\lambda}_1 z_{1-\frac{\alpha}{2}, \hat{\lambda}} - \hat{\gamma}_2)$$

Con estos límites, graficamos para dos tipos de formas de función, para la N(0,1) y para la Skew normal(SN).

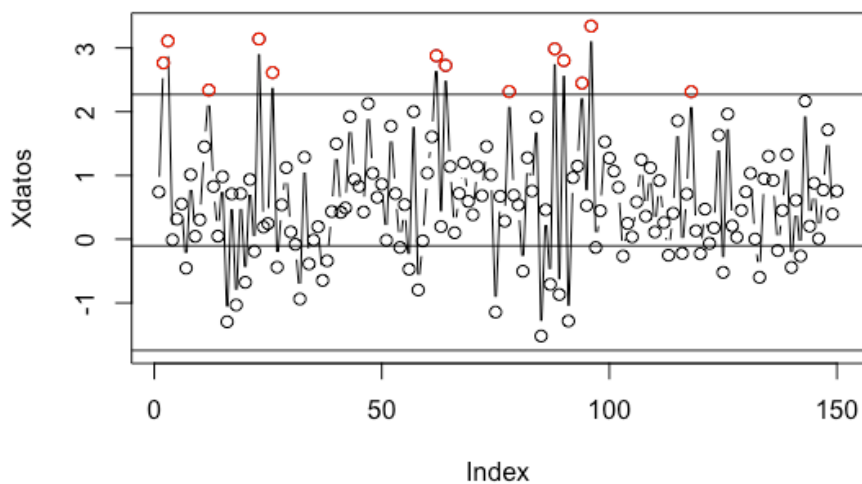
- Gráfico observaciones individuales  $N(0,1)$



6. Gráfico para observaciones individuales con  $N(0,1)$ . `R(avsn.chart, size=1)`

Este Gráfico de control muestra 150 observaciones individuales a partir de una Distribución Normal  $(0,1)$  acotadas por los límites de control calculados previamente. Las observaciones en color rojo denotan anomalías, puntos fuera de control.

- Gráfico para observaciones individuales con  $Sn(0,1,3)$



7. Gráfico para observaciones individuales con  $Sn(0,1,3)$ . `R(avsn.chart, size=1)`

Este Gráfico de Control muestra 150 observaciones individuales a partir de una Distribución Normal Asimétrica (0,1,3) acotadas por los límites de control calculados previamente. Las observaciones en color rojo denotan anomalías, puntos fuera de control.

- Gráfico para la media: Partimos de nuevo de la función de densidad, la diferencia es que ahora hay que realizar una matriz para calcular la media por filas del numero de observaciones por muestra, sabiendo que M es el numero de muestras, y que N es el número de observaciones por muestra, tenemos que volver a estimar los límites de control. Para ello tenemos que calcular los parámetros:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n X_{ij}$$

$$\hat{m}_3 = \frac{1}{mn-1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{\bar{X}})^3$$

$$\tilde{\sigma}_X = \sqrt{\frac{1}{m(n-1)} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{\bar{X}}_1)^2}$$

Y también:

$$\tilde{\alpha}_3 = \frac{\tilde{m}_3}{\tilde{\sigma}_X^3}$$

$$\tilde{\gamma}_2' = \frac{a_1}{\hat{\sigma}_X} \left( \frac{\tilde{m}_3}{\sqrt{nb_1}} \right)$$

$$\tilde{\gamma}'_1 = \sqrt{1 + \tilde{\gamma}'_2{}^2}$$

Dependiendo del valor de  $\widehat{\alpha}_3$ , la estimación de  $\rho$  tendrá un valor: Si es mayor que cero, rho estimada será:

$$\hat{\rho}_1 = \frac{1}{a_1} \sqrt{1 - \tilde{\gamma}'_1{}^2}$$

Si es menor que cero:

$$\hat{\rho}_1 = -\frac{1}{a_1} \sqrt{1 - \tilde{\gamma}'_1{}^2}$$

Con su valor correspondiente de  $\lambda$  estimada:

$$\hat{\lambda}_1 = \frac{\hat{\rho}_1}{\sqrt{1 - \hat{\rho}_1{}^2}}$$

A partir de ello podemos hallar los límites de control:

$$\widehat{UCL}_{SN} = \bar{\bar{X}} + \frac{\tilde{\sigma}_X}{\sqrt{n}} \left( \tilde{\gamma}'_1 z_{1-\frac{\alpha}{2}, \tilde{\lambda}_1} - \tilde{\gamma}'_2 \right)$$

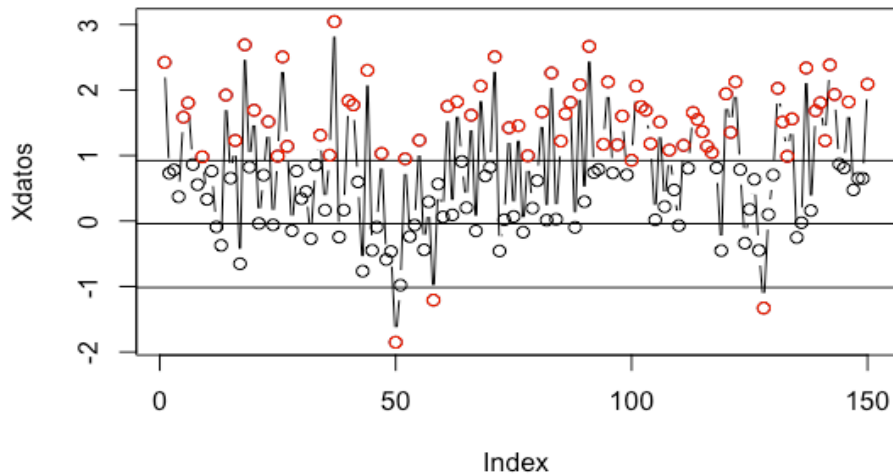
$$\widehat{CL}_{SN} = \bar{\bar{X}}$$

$$\widehat{LCL}_{SN} = \bar{\bar{X}} - \frac{\tilde{\sigma}_X}{\sqrt{n}} \left( \tilde{\gamma}'_1 z_{1-\frac{\alpha}{2}, \tilde{\lambda}_1} + \tilde{\gamma}'_2 \right)$$

## Gráfico de control para una normal asimétrica

Volvemos a graficar para la  $N(0,1)$  y para la  $S_n$ :

- Gráfico para la media de muestras para una  $N(0,1)$

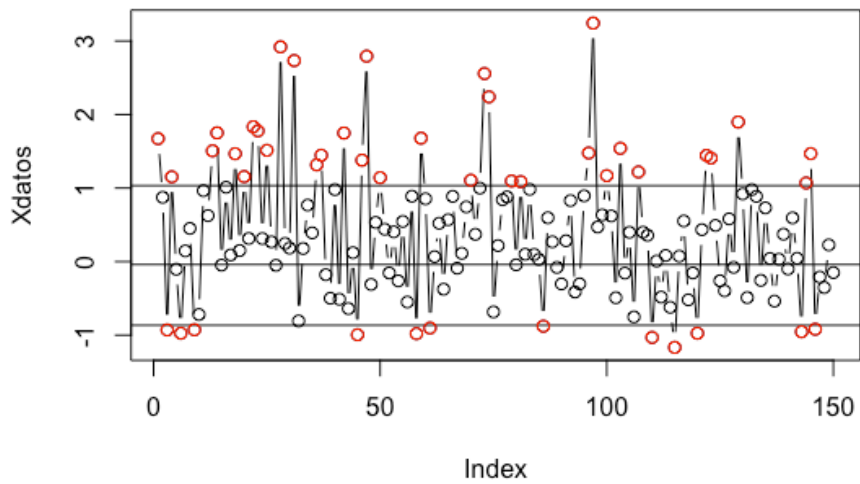


8. Gráfica para la media de muestras para una  $N(0,1)$ . `R(avsn.chart, size=5)`

Este Gráfico de control muestra la media de 150 muestras de tamaño 5 a partir de una Distribución Normal  $(0,1)$  acotadas por los límites de control calculados previamente. Las observaciones en color rojo denotan anomalías, puntos fuera de control.



- Gráfico para la media de muestras para una  $Sn(0,1,3)$



9. Gráfica para la media de muestras para una  $Sn(0,1,3)$ . `R(avsn.chart, size=5)`

Este Gráfico de control muestra la media de 150 muestras de tamaño 5 a partir de una Distribución Normal Asimétrica  $(0,1,3)$  acotadas por los límites de control calculados previamente. Las observaciones en color rojo denotan anomalías, puntos fuera de control.

#### 4. EXPERIMENTO:

##### 4.1 Comparativa del método de Shewhart para una distribución normal sin asimetría:

Al realizar las comparativas para la media y la desviación estándar entre el modelo de Shewhart y tanto el de una distribución normal como el de la normal asimétrica, he encontrado una limitación en el documento que he seguido para realizar el proyecto. Las fórmulas que definen el método propuesto para éste trabajo no funcionan bien para una distribución con mucha asimetría. El conocer éste hecho ha sido a consecuencia de los resultados incoherentes obtenidos en los experimentos cuando aleatoriamente la asimetría era grande.

He debido solucionar el anterior problema para poder comparar los métodos, limitando o acotando el parámetro de asimetría  $\alpha_3$ , lo cual ha tenido repercusión en la programación del R.

En relación a las tablas, determinamos el parámetro de confianza  $\alpha = 0.025$ , de este modo, cuando no hay anomalía, la probabilidad de que la haya es de 0.025, por tanto el número de muestras hasta la detección de la anomalía es de:

$$ARL_0 = \frac{1}{0.025} = 40 \text{ Muestras antes de la detección}$$

#### 4.1.1 Comparativa con una Distribución $N(0,1)$ con cambios en la media $N(t,1)$ :

<b>T</b>	<b>Shewhart Mean</b>	<b>Shewhart Standard Desviation</b>	<b>Normal(0,1) Mean</b>	<b>Normal(0,1) Standard Desviation</b>
0.00	39.153	42.2802461	39.100	49.1831168
0.25	22.003	24.8990955	22.373	28.1951563
0.50	8.489	9.1605565	8.587	9.1791442
0.75	3.792	3.6331716	3.791	3.710672
1.00	2.096	1.7532421	2.080	1.5309944
1.25	1.474	0.9133226	1.459	0.8538431
1.50	1.166	0.4501629	1.168	0.4449427
1.75	1.053	0.2454613	1.056	0.2427404
2.00	1.014	0.1175492	1.013	0.1218435

En esta primera tabla comparativa podemos observar, como era de esperar, que la detección de la anomalía y su progresión según aumentamos la media es coherente en primer lugar, ya que según aumentamos la media los valores son muchos más grandes y por tanto se salen antes de los límites de control.

#### 4.1.2 Comparativa con una $SN(t,1,3)$ con cambios en el parámetro de localización $t$ :

<b>t</b>	<b>Shewhart Mean</b>	<b>Shewhart Standard Desviation</b>	<b>Skew Normal Mean</b>	<b>Skew Normal Standard Desviation</b>
-2.00	1.018	0.1330176	1.013	0.1133307
-1.75	1.065	0.2623811	1.047	0.2209974
-1.50	1.159	0.4193983	1.099	0.3336320
-1.25	1.421	0.7952304	1.258	0.5601337
-1.00	2.004	1.5040765	1.666	1.0524028
-0.75	3.511	3.2218410	2.546	2.1786763
-0.50	8.078	8.9129881	5.522	5.0599525
-0.25	25.427	31.2471608	17.215	18.4291728
0.00	42.457	54.2450798	39.043	45.5542791
0.25	21.167	27.9716557	34.045	46.7293549
0.50	8.199	9.8709085	12.533	15.1717201
0.75	3.885	3.8929333	5.363	6.0530877
1.00	2.141	1.6080127	2.717	2.4582420
1.25	1.432	0.8210055	1.783	1.3497158
1.50	1.158	0.4256962	1.298	0.7167355
1.75	1.059	0.2481543	1.091	0.3206584
2.00	1.010	0.1091417	1.022	0.1467567

Lo mismo pasa con la tabla comparativa de Shewhart con la SN con cambio en el parámetro de localización, los valores de la media disminuyen según aumenta esa media. Pero como se puede comprobar, he ampliado el experimento a las dos colas de la distribución porque su evolución no era la misma. Detecta antes las anomalías en la dirección de la cola corta que las que se producen en la de la cola larga.

## 5. CONCLUSIÓN:

En cuanto a la conclusión de este proyecto del estudio del Gráfico de Control para una normal asimétrica se pueden distinguir dos partes, la correspondiente a los resultados obtenidos, o la parte teórica del proyecto, y la parte personal, relacionada con mi opinión acerca de éste.

Desde un punto de vista objetivo, se ha implementado los Gráficos de Control a partir de las especificaciones del documento de Tzong-Ru Tsai, publicación del Departamento de Estadística de la Universidad de Taipei, en el año 2006.

En el modelo aplicado, el de la Normal Asimétrica, observamos desde un inicio que los límites de control son más complejos de definir que los de Shewhart, método con el que comparamos.

En cuanto a su comportamiento al aplicarlo en las tablas, observamos que para la  $N(0,1)$  el método aplicado es equiparable al de Shewhart, y su comportamiento es el esperado, habiendo una media muestral inicial hasta la detección de fallo de alrededor de 40 muestras, tal y como debíamos esperar.

Sin embargo, cuando los datos presentan cierta asimetría, no se modela bien con el modelo normal asimétrico. Esto plantea un problema numérico, que he sido capaz de solucionar poniendo un valor máximo, es decir, acotando esa asimetría.

Una vez he sido capaz de limitar los casos a distribuciones con asimetría leve, los resultados han sido los esperados. A medida que la media aumenta, los valores generados tienden a ser mucho más grandes y se salen antes de los límites de control empezando con 40 muestras antes de la anomalía por el parámetro de calidad implementado  $\alpha = 0.025$ .

Desde un punto de vista más personal, el proyecto me ha planteado retos que he ido superando:

El aprendizaje de un nuevo lenguaje de programación, que aunque no haya sido a gran nivel, siempre es un reto enfrentarse a algo diferente, tanto el tutor, Ignacio Cascos, como cursos por internet y lo que recuerdo de Programación I, ha ayudado a que fuera capaz de afrontar este proyecto.

El inmiscuirme más a fondo en el mundo de la estadística, aprendiendo nuevos conceptos y repasando otros que había aprendido en el pasado, completando así mi conocimiento en esta rama, de la que me gustaría seguir investigando y estudiando una vez haya terminado el Grado de Ingeniería.

A pesar de ello, me siento orgulloso, siempre con apoyo del tutor, de haber superado ese problema que presentaba el documento que he seguido para el Trabajo. Al ver que los resultados, tras semanas y semanas de trabajo, no eran los esperados, todo apuntaba a un fallo personal en la programación o en la interpretación de las fórmulas, pero, revisando todo lo trabajado, finalmente me di cuenta de dónde estaba el error, y así, poder solucionarlo y darle un nuevo enfoque.

De hecho, creo que de eso ha tratado siempre la ingeniería, de aprender, encontrar obstáculos, ser capaz de afrontarlos y llegar a la meta propuesta.

## 6. APÉNDICE:

A continuación adjunto el código utilizado en R , con las correspondientes Funciones, después el código utilizado para representar los Gráficos de Control y por ultimo el utilizado para representar las tablas.

### 1. Funciones:

This file contains the implemented functions

Library (sn);

```
# Sherwart X-chart (2.1)
NLimits<-function(xm,X_test=NA,alpha=0.05){
  # n<-ncol(X);m<-nrow(X)
  # xm<-apply(X,1,mean);
  n<-5;
  xs<-sd(xm)
  media2 <- mean(xm);
  z=qnorm(1-(alpha/2))
  CL2<-media2;
  UCL2<-media2+z*xs/sqrt(n)
  LCL2<-media2-z*xs/sqrt(n)

  if(length(X_test)==1){
    res<-list(CL=CL2, LCL=LCL2, UCL=UCL2)
  } else if(length(X_test)>1){
    Xdatos<-rowMeans(X_test);
    plot(Xdatos,type = "b",ylim = range(c(-0.3,0.3)))
    abline(h=LCL2); abline(h=UCL2); abline(h=CL2);
    OutPoints<-which(Xdatos<LCL2 | Xdatos>UCL2); # index of Outpoints
    points(OutPoints,Xdatos[OutPoints],col=2)
    msg0<-paste0("( LCL = ",as.character(round(LCL2,4)),", UCL = ",
      as.character(round(UCL2,4)),")");
    print(msg0);
```

```

if(length(OutPoints)==0) {
  msg<-"There are no samples out of control";
  print(msg);
}else if (length(OutPoints)==1) {
  msg<-"There is one sample out of control";
  msg2<-paste0("The position of this sample is:
",as.character(OutPoints),".")
  print(msg);print(msg2);
}else if(length(OutPoints)>1){
  # Create a single string with all positions
  idx <-OutPoints[1];
  for(i in 2:length(OutPoints)){
    idx<-paste(idx,as.character(OutPoints[i]),sep = ", ")
  }
  msg<-paste("There are",as.character(length(OutPoints)),"samples out of
control")
  msg2<-paste0("The positions of those samples are: ",idx,".");
  print(msg);print(msg2);
}
res<-list(CL=CL2, LCL=LCL2, UCL=UCL2, OutPointsIndex=OutPoints)
}
return(res);
}

```

# Skew Normal X-chart (3.2)

```
newsn.chart<-function(xhist,x_test,size=5,alpha=0.025){
```

```
  # M<-matrix(x.hist,ncol=5,byrow = T)
```

```
  n=length(xhist)
```

```
  xbar=mean(xhist)
```

```
  sx=sd(xhist)
```

```
  m3=sum((xhist-xbar)^3)/(n-1)
```

```
  alpha3=m3/sx^3
```



```

# Keeping alpha inside of (-0.9953,0.9953)
# while(alpha3 < -0.9953 | alpha3 > 0.9953){
#   alpha3<-0.75*alpha3;
# }

# alpha3=max(-.9952,alpha3)
# alpha3=min(.9952,alpha3)
a1=sqrt(2/pi)
b1=(4/pi-1)*a1
gamma2=a1*sign(alpha3)*abs(alpha3/b1)^(1/3)
gamma1=sqrt(1+gamma2^2)
rho=sign(alpha3)*sqrt(1-1/gamma1^2)/a1
lambda=rho/sqrt(1-rho^2)
UCL=xbar+sx*(gamma1*qsq(1-alpha/2,lambda)-gamma2);
LCL=xbar-sx*(gamma1*qsq(1-alpha/2,-lambda)+gamma2);

if(length(x_test)==1){
  res<-list(CL=xbar, LCL=LCL, UCL=UCL)
} else if(length(x_test)>1){
  Xdatos<-x_test;yrange<-range(c(Xdatos,LCL,UCL))
  plot(Xdatos,type = "b",ylim = yrange)
  abline(h=LCL); abline(h=UCL); abline(h=xbar);
  OutPoints<-which(Xdatos<LCL | Xdatos>UCL); # index of Outpoints
  points(OutPoints,Xdatos[OutPoints],col=2)
  msg0<-paste0("( LCL = ",as.character(round(LCL,4)),", UCL = ",
    as.character(round(UCL,4)),")");
  print(msg0);
  if(length(OutPoints)==0) {
    msg<-"There are no samples out of control";
    print(msg);
  }else if (length(OutPoints)==1) {
    msg<-"There is one sample out of control";
    msg2<-paste0("The      position      of      this      sample      is:
",as.character(OutPoints),".")

```

```

    print(msg);print(msg2);
  }else if(length(OutPoints)>1){
    # Create a single string with all positions
    idx <-OutPoints[1];
    for(i in 2:length(OutPoints)){
      idx<-paste(idx,as.character(OutPoints[i]),sep = ", ")
    }
    msg<-paste("There are",as.character(length(OutPoints)),"samples out of
control")
    msg2<-paste0("The positions of those samples are: ",idx,".");
    print(msg);print(msg2);
  }
  res<-list(CL=xbar, LCL=LCL, UCL=UCL, OutPointsIndex=OutPoints)
}
return(res);
}

```

# For shewhart

```

avsh.chart<-function(xhist,x_test,size=5,alpha=0.025){
  n=length(xhist)
  xbar=mean(xhist)
  sx=sd(xhist)
  z=qnorm(1-(alpha/2))
  CL2<-xbar;
  UCL2<-CL2+z*sx/sqrt(size)
  LCL2<-CL2-z*sx/sqrt(size)

  if(length(x_test)==1){
    res<-list(CL=CL2, LCL=LCL2, UCL=UCL2)
  } else if(length(x_test)>1){
    Xdatos<-x_test; yrange<-range(c(Xdatos,LCL2,UCL2))
    plot(Xdatos,type = "b",ylim = yrange)
    abline(h=LCL2); abline(h=UCL2); abline(h=CL2);
    OutPoints<-which(Xdatos<LCL2 | Xdatos>UCL2); # index of Outpoints
  }
}

```

```

points(OutPoints,Xdatos[OutPoints],col=2)
msg0<-paste0("( LCL = ",as.character(round(LCL2,4)),", UCL = ",
              as.character(round(UCL2,4)),")");
print(msg0);
if(length(OutPoints)==0) {
  msg<-"There are no samples out of control";
  print(msg);
}else if (length(OutPoints)==1) {
  msg<-"There is one sample out of control";
  msg2<-paste0("The      position      of      this      sample      is:
",as.character(OutPoints),".")
  print(msg);print(msg2);
}else if(length(OutPoints)>1){
  # Create a single string with all positions
  idx <-OutPoints[1];
  for(i in 2:length(OutPoints)){
    idx<-paste(idx,as.character(OutPoints[i]),sep = " ")
  }
  msg<-paste("There are",as.character(length(OutPoints)),"samples out of
control")
  msg2<-paste0("The positions of those samples are: ",idx,".");
  print(msg);print(msg2);
}
res<-list(CL=CL2, LCL=LCL2, UCL=UCL2, OutPointsIndex=OutPoints)
}
return(res);
}

# For SN
avsn.chart<-function(xhist,x_test,size=5,alpha=0.025){
  n=length(xhist)
  xbar=mean(xhist)
  sx=sd(xhist)
  m3=sum((xhist-xbar)^3)/(n-1)

```

## Gráfico de control para una normal asimétrica

```

alpha3=m3/sx^3
alpha3=max(-.9952,alpha3)
alpha3=min(.9952,alpha3)
a1=sqrt(2/pi)
b1=(4/pi-1)*a1
gamma2=a1*sign(alpha3)*abs(alpha3/(sqrt(size)*b1))^(1/3)
gamma1=sqrt(1+gamma2^2)
rho=sign(alpha3)*sqrt(1-1/gamma1^2)/a1
lambda=rho/sqrt(1-rho^2)
CL2=xbar;
UCL2=xbar+sx/sqrt(size)*(gamma1*qsq(1-alpha/2,alpha      =      lambda)-
gamma2)
LCL2=xbar-sx/sqrt(size)*(gamma1*qsq(1-alpha/2,alpha      =      -
lambda)+gamma2)

if(length(x_test)==1){
  res<-list(CL=CL2, LCL=LCL2, UCL=UCL2)
} else if(length(x_test)>1){
  Xdatos<-x_test; yrange<-range(c(Xdatos,LCL2,UCL2))
  plot(Xdatos,type = "b",ylim = yrange)
  abline(h=LCL2); abline(h=UCL2); abline(h=CL2);
  OutPoints<-which(Xdatos<LCL2 | Xdatos>UCL2); # index of Outpoints
  points(OutPoints,Xdatos[OutPoints],col=2)
  msg0<-paste0("( LCL = ",as.character(round(LCL2,4)),", UCL = ",
    as.character(round(UCL2,4)),", )");
  print(msg0);
  if(length(OutPoints)==0) {
    msg<-"There are no samples out of control";
    print(msg);
  } else if (length(OutPoints)==1) {
    msg<-"There is one sample out of control";
    msg2<-paste0("The      position      of      this      sample      is:
",as.character(OutPoints),".")
    print(msg);print(msg2);
  }
}

```

```

} else if(length(OutPoints)>1){
  # Create a single string with all positions
  idx <- OutPoints[1];
  for(i in 2:length(OutPoints)){
    idx <- paste(idx, as.character(OutPoints[i]), sep = ", ")
  }
  msg <- paste("There are", as.character(length(OutPoints)), "samples out of
control")
  msg2 <- paste0("The positions of those samples are: ", idx, ".");
  print(msg); print(msg2);
}
res <- list(CL=CL2, LCL=LCL2, UCL=UCL2, OutPointsIndex=OutPoints)
}
return(res);
}

```

```

# Skew Normal X-chart (3.3)
SNLimits <- function(X, X_test=NA, alpha=0.05){
  library(sn);
  # SN control charts
  a1=sqrt(2/pi); b1=(4/pi-1)*a1
  n<-ncol(X); m<-nrow(X)
  media2 <- 0;
  for(i in 1:m){
    vi <- mean(X[i,])
    media2 <- media2 + vi
  }
  media2 <- media2/m

  mm3 <- 0;
  for(i in 1:m){
    vi <- sum((X[i,]-media2)^3)/(n-1)
    mm3 <- mm3 + vi
  }
}

```

```

mm3 <- mm3/m

sigmax <- 0;
for(i in 1:m){
  vi <- sum((X[i,]-mean(X[i,]))^2)/(n-1)
  sigmax <- sigmax + vi
}
sigmax <- sqrt(sigmax/m)

# myroot compute x^(1/3)
myroot<-function(x,n=3){
  if(x>=0) {
    x^(1/n)
  }
  else {
    (-1)*abs(x)^(1/n)
  }
}
aa3<-mm3/(sqrt(n)*sigmax^3); print(aa3)

# Keeping alpha inside of (-0.9953,0.9953)
while(aa3 < -0.9953 | aa3 > 0.9953){
  aa3<-0.75*aa3;
}
#print(aa3)
gg2<-(a1/sigmax)*myroot(mm3/(b1*sqrt(n)))
gg1<-sqrt(1+gg2^2)

rr1=function(x){
  #x es alpha3 en las formulas de la documentacion
  gg2=a1*myroot(x/b1)
  gg1<-sqrt(1+gg2^2)
  if(x>0)
    res=(1/a1)*sqrt(1-(1/gg1^2))

```

```

if(x<0)
  res=-(1/a1)*sqrt(1-(1/gg1^2))
return(res)
}
rr_value=rr1(aa3);
ll1=rr_value/sqrt(1-rr_value^2)

# Intervalos de confianzas con alpha = 0.05
# alpha = 0.05 para IC
CL2 <- media2;
UCL2 <- media2 + (sigmax/sqrt(n))*(gg1*qs(1-(alpha/2),alpha = ll1)-gg2)
LCL2 <- media2 - (sigmax/sqrt(n))*(gg1*qs(1-(alpha/2),alpha = -ll1)+gg2)

if(length(X_test)==1){
  res<-list(CL=CL2, LCL=LCL2, UCL=UCL2)
} else if(length(X_test)>1){
  Xdatos<-rowMeans(X_test);yrange<-range(c(Xdatos,LCL2,UCL2))
  plot(Xdatos,type = "b",ylim = yrange)
  abline(h=LCL2); abline(h=UCL2); abline(h=CL2);
  OutPoints<-which(Xdatos<LCL2 | Xdatos>UCL2); # index of Outpoints
  points(OutPoints,Xdatos[OutPoints],col=2)
  msg0<-paste0("( LCL = ",as.character(round(LCL2,4)),", UCL = ",
    as.character(round(UCL2,4)),")");
  print(msg0);
  if(length(OutPoints)==0) {
    msg<-"There are no samples out of control";
    print(msg);
  } else if (length(OutPoints)==1) {
    msg<-"There is one sample out of control";
    msg2<-paste0("The      position      of      this      sample      is:
",as.character(OutPoints),".")
    print(msg);print(msg2);
  } else if(length(OutPoints)>1){
    # Create a single string with all positions

```

## Gráfico de control para una normal asimétrica

```
idx <- OutPoints[1];
for(i in 2:length(OutPoints)){
  idx<-paste(idx,as.character(OutPoints[i]),sep = ", ")
}
msg<-paste("There are",as.character(length(OutPoints)),"samples out of
control")
msg2<-paste0("The positions of those samples are: ",idx,".");
print(msg);print(msg2);
}
res<-list(CL=CL2, LCL=LCL2, UCL=UCL2, OutPointsIndex=OutPoints)
}
return(res);
}
```

# Count number of samples out of control

# For Normal Distribution

```
NSamplesOutNormal<-function(IC=c(0,1), t=0){
  k <- 1;
  v<-rnorm(5, mean = t, sd = 1);vm<-mean(v);
  while(k < 1000 && !(vm<IC[1] | vm>IC[2])) {
    v<-rnorm(5, mean = t, sd = 1);vm<-mean(v);
    k <- k+1;
  }
  return(k)
}
```

# For Skew Normal Distribution

```
NSamplesOutSn<-function(IC=c(0,1), t=0){
  k <- 1;
  v<-(-rsn(5,xi=0,omega=1,alpha=3)-3/sqrt(5*pi))/sqrt(1-1.8/pi)+t;vm<-
mean(v);
  while(k < 1000 && !(vm<IC[1] | vm>IC[2])) {
```



```

v<-(rsn(5,xi=0,omega=1,alpha=3)-3/sqrt(5*pi))/sqrt(1-1.8/pi)+t;vm<-
mean(v);
  k <- k+1;
}
return(k)
}

# Summary of number of outs (mean and sd) with SN X-charts

# For Normal distribution
summarySN_nouts_Normal<-function(tvalue=0){
  vv<-numeric(0);
  for(i in 1:1000){
    # Generate 30 initial samples of size n=5
    x.hist<-rnorm(150);
    X<-matrix(x.hist,ncol=5,byrow = T);

    # Compute the number of samples generated until the first fail.
    #IC<-newsn.chart(X, alpha = 0.05)
    #IC<-avsn.chart(X, alpha=0.025);
    IC<-SNLimits(X,alpha = 0.025) # compute the control limits
    nouts<-NSamplesOutNormal(c(IC$LCL,IC$UCL),t = tvalue) # number of
samples until first fail
    vv<-c(vv,nouts); # vector of samples generated until the first fail
  }
  res<-c(mean(vv),sd(vv)) # compute the mean and standard deviation
  return(res)
}

# For Skew Normal distribution
summarySN_nouts_SN<-function(tvalue=0){
  vv<-numeric(0);
  for(i in 1:1000){
    # Generate 30 initial samples of size n=5

```

## Gráfico de control para una normal asimétrica

```
x.hist<-(rsn(150,xi=0,omega=1,alpha=3)-3/sqrt(5*pi))/sqrt(1-1.8/pi);
X<-matrix(x.hist,ncol=5,byrow = T);

# Compute the number of samples generated until the first fail.
IC<-SNLimits(X,alpha = 0.025) # compute the control limits
#IC<-newsn.chart(X, alpha = 0.05)
#IC<-avsn.chart(X, alpha=0.025);
nouts<-NSamplesOutSn(c(IC$LCL,IC$UCL),t = tvalue) # number of
samples until first fail
vv<-c(vv,nouts); # vector of samples generated until the first fail
}
res<-c(mean(vv),sd(vv)) # compute the mean and standard deviation
return(res)
}

# Summary of number of outs (mean and sd) with Shewhart X-charts

# For Normal distribution
summaryN_nouts_Normal<-function(tvalue=0){
  vv<-numeric(0);
  for(i in 1:1000){
    # Generate 30 initial samples of size n=5
    # X <- matrix(nrow = 30, ncol=5)
    # for(i in 1:nrow(X)){
    #   X[i,]<-rnorm(ncol(X));
    # }
    X<-rnorm(150);

    # Compute the number of samples generated until the first fail.
    IC<-NLimits(X,alpha = 0.025) # compute the control limits
    nouts<-NSamplesOutNormal(c(IC$LCL,IC$UCL),t = tvalue) # number of
    samples until first fail
    vv<-c(vv,nouts); # vector of samples generated until the first fail
```

```

}
res<-c(mean(vv),sd(vv)) # compute the mean and standard deviation
return(res)
}

# For Skew Normal distribution
summaryN_nouts_SN<-function(tvalue=0){
  vv<-numeric(0);
  for(i in 1:1000){
    # Generate 30 initial samples of size n=5
    x.hist<-(rsn(150,xi=0,omega=1,alpha=3)-3/sqrt(5*pi))/sqrt(1-1.8/pi);
    #X<-matrix(x.hist,ncol=5,byrow = T);

    # Compute the number of samples generated until the first fail.
    IC<-NLimits(x.hist,alpha = 0.025) # compute the control limits
    nouts<-NSamplesOutSn(c(IC$LCL,IC$UCL),t = tvalue) # number of
samples until first fail
    vv<-c(vv,nouts); # vector of samples generated until the first fail
  }
  res<-c(mean(vv),sd(vv)) # compute the mean and standard deviation
  return(res)
}

```

**2. Tablas:**

# Load the functions

```
source("Functions.R")
```

```
set.seed(123);
```

# For Normal model

```
seq_tvalues<-seq(from=0, to=2, by = 0.25);
```

```
tab <- data.frame();
```

```
for(tt in seq_tvalues){
```

```
  v<-summaryN_nouts_Normal(tt); w<-summarySN_nouts_Normal(tt);
```

```
  vv<-data.frame(t=tt, Sherwart_mean = v[1], Sherwart_sd = v[2],
```

```
                SN_mean=w[1], SN_sd=w[2]);
```

```
  tab<-rbind(tab,vv)
```

```
}
```

```
tab
```

# For Skew Normal model

```
seq_tvalues<-seq(from=-2, to=2, by = 0.25);
```

```
tab.SN <- data.frame();
```

```
for(tt in seq_tvalues){
```

```
  v<-summaryN_nouts_SN(tt); w<-summarySN_nouts_SN(tt);
```

```
  vv<-data.frame(t=tt, Sherwart_mean = v[1], Sherwart_sd = v[2],
```

```
                SN_mean=w[1], SN_sd=w[2]);
```

```
  tab.SN<-rbind(tab.SN,vv)
```

```
}
```

```
tab.SN
```

### 3. Graficos de Control

```
source("Functions.R")
```

```
# Sherhart charts
```

```
# For single obs
```

```
x.hist=rnorm(150);
x.new=rnorm(150)+0.75;
avsh.chart(x.hist,x.new, size = 1)
```

```
# For mean of sample obs groups (size=5)
```

```
# For normal distribution
x.hist=rnorm(150);
x.new=rnorm(150)+0.75;
avsh.chart(x.hist,x.new, size = 5)
```

```
#SN Charts
```

```
# For single obs
```

```
# For N(0,1)
x.hist=rnorm(150);
x.new=rnorm(150)+0.75;
avsn.chart(x.hist,x.new,size = 1)
```

```
# For SN distribution
```

```
x.hist=(rsn(150,xi=0,omega=1,alpha=3)-3/sqrt(5*pi))/sqrt(1-1.8/pi)
x.new=(rsn(150,xi=0,omega=1,alpha=3)-3/sqrt(5*pi))/sqrt(1-1.8/pi)+0.5
avsn.chart(x.hist,x.new,size = 1)
```

# For samples groups

# For N (0,1)

x.hist=rnorm(150);

x.new=rnorm(150)+0.75;

avsn.chart(x.hist,x.new,size = 5)

# For SN distribution

x.hist=(rsn(150,xi=0,omega=1,alpha=3)-3/sqrt(5\*pi))/sqrt(1-1.8/pi)

x.new=(rsn(150,xi=0,omega=1,alpha=3)-3/sqrt(5\*pi))/sqrt(1-1.8/pi)+0.5

avsn.chart(x.hist,x.new,size = 5)

## 7. REFERENCIAS:

1. Luis Mauricio Castro Cepero, *Distribución Skew Normal*, 2008.
2. Emerson A. Chaparro, *Gráficos de Control para la Media de un Proceso en Poblaciones con Distribución Asimétrica*, 2000.
3. Dawn M. Dubois, *Control Charts for Skewed Data to Application to Hospital Length of Stay Data*, 1991.
4. Arturo Ruiz Falcó Rojas, *Control Estadístico de Procesos*, 2006.
5. Fernanda Figueredo, *The Skew Normal Distribution in SPC*, 2013.
6. Bureau Veritas, *Gráficos de Control de Shewhart*.
7. Ismael Sánchez, *Control de procesos por variables*.
8. Tzong Ru Tsai, *Skew Normal Distribution and the Design of Control Charts for Averages*, 2006.
9. Douglas C. Montgomery, *Introduction to Statistical Quality Control*, 2002.
10. Edward S. Smith, *Control Charts*, 1947.
11. Adelchi Azzalini, *The Skew Normal and Related Families*, 2014.
12. Ignacio Cascos Fernández, *Quality Control*, 2013-2014.
13. Luca Scrucca, *An R Package for Quality Control Charting an Statistical Process Control*, 2004.
14. Adelchi Azzalini, *Package Sn*, 2015.
15. Grace Ngunkeng, *Statistical Analysis of Skew Normal Distribution and its Applications*, 2013.
16. Nicole Dawn Brown, *Reliability Studies of the Skew Normal Distribution*, 1997.